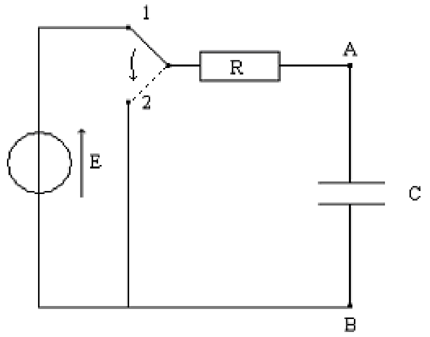
La méthode d'Euler appliquée à l'étude la charge d'un condensateur

1. Expérience de charge d'un condensateur

- On réaliser le montage suivant :



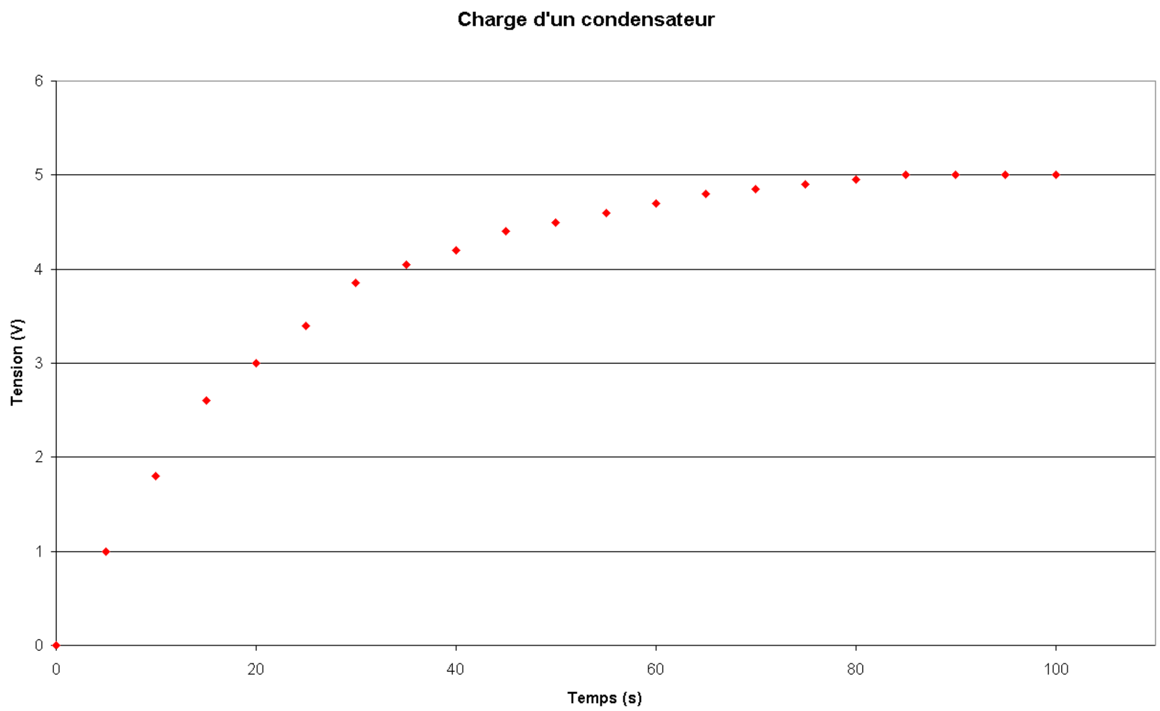
R = 10 000 Ω
C = 2 200 μF
E = 5 V

- On branche un voltmètre aux bornes du générateur de tension continue.
- On branche un voltmètre aux bornes du condensateur.

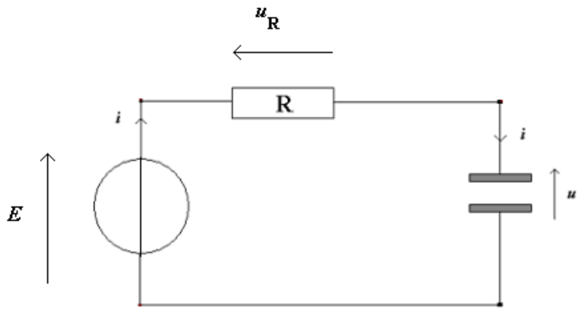
- On place l'interrupteur en position (1) et on note l'évolution de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps.

t(s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
u_c (V)	0	1,0	1,8	2,6	3,0	3,4	3,85	4,05	4,2	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,85	4,9	4,95	4,95	5,0	5,0	5,0

- On trace le graphe $u(t) = f(t)$



2. Etablissement de l'équation différentielle de charge du condensateur.



La méthode pour établir l'équation différentielle est la suivante :

- Ecrire la loi d'additivité des tensions.
- Exprimer *i* en fonction de *u*

On applique la loi d'additivité des tensions :

$E = u_R + u$

$E = Ri + u$ avec la loi d'Ohm : $u_R = Ri$

$E = R\dfrac{dq}{dt} + u$ avec $i = \dfrac{dq}{dt}$

$E = R\dfrac{dCu}{dt} + u$ avec $q = Cu$

L'équation différentielle peut donc s'écrire :

$$E = RC\frac{du}{dt} + u$$

3. Résolution de l'équation différentielle par une méthode itérative (la méthode d'Euler).

Itérative : par répétition

Euler : Mathématicien et physicien du 18ème siècle a qui ont doit des travaux l'astronomie (orbites planétaires, trajectoires des comètes), les sciences physiques (champs magnétiques, hydrodynamique, optique, nature ondulatoire de la lumière,...), les mathématiques, où il met au premier plan le concept de fonction.

On a $E = RC\dfrac{du}{dt} + u$

Soit : $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{E}{RC} - \dfrac{u}{RC}$

Que l'on peut écrire sous la forme :

$$\frac{du}{dt} = A - Bu \qquad \text{ou} \qquad a = A - Bu$$

Les 3 étapes pour résoudre cette équation :

- déterminer A et B
- énoncer le principe de la méthode d'Euler
- appliquer la méthode d'Euler

- Détermination de A et B

$$A = \frac{E}{RC}$$

$$A = \frac{5{,}0}{10000 \times 0{,}0022}$$

$$A = 0{,}227$$

$$B = \frac{1}{RC}$$

$$B = \frac{1}{10000 \times 0{,}0022}$$

$$B = 0{,}045$$

- Enoncé du principe de la méthode d'Euler :

a varie en fonction de u :

$a_n = A - Bu_n$

u varie en fonction de a :

$u_{n+1} = u_n + a_n\Delta t$ Δt est appelé pas du calcul.

- Application de la méthode d'Euler :

Choix du pas de calcul :

Le pas de calcul est choisi tel que :

$$\Delta t = \frac{\text{durée pour atteindre la tension maximale}}{100}$$

Graphiquement, on peut lire que la tension maximale $u = 5$ V au bout de 100 secondes

$$\Delta t = \frac{100}{100} = 1{,}0 \text{ s}$$

Tableau de calculs itératifs :

Le remplissage des cases s'effectuent en suivant les flèches

t (s)	$u_{n+1} = u_n + a_n \Delta t$ (V)	$a_n = 0{,}227 - 0{,}045 \times u_n$ (V.s^{-1})
0	0	
1,0		
2,0		
3,0		

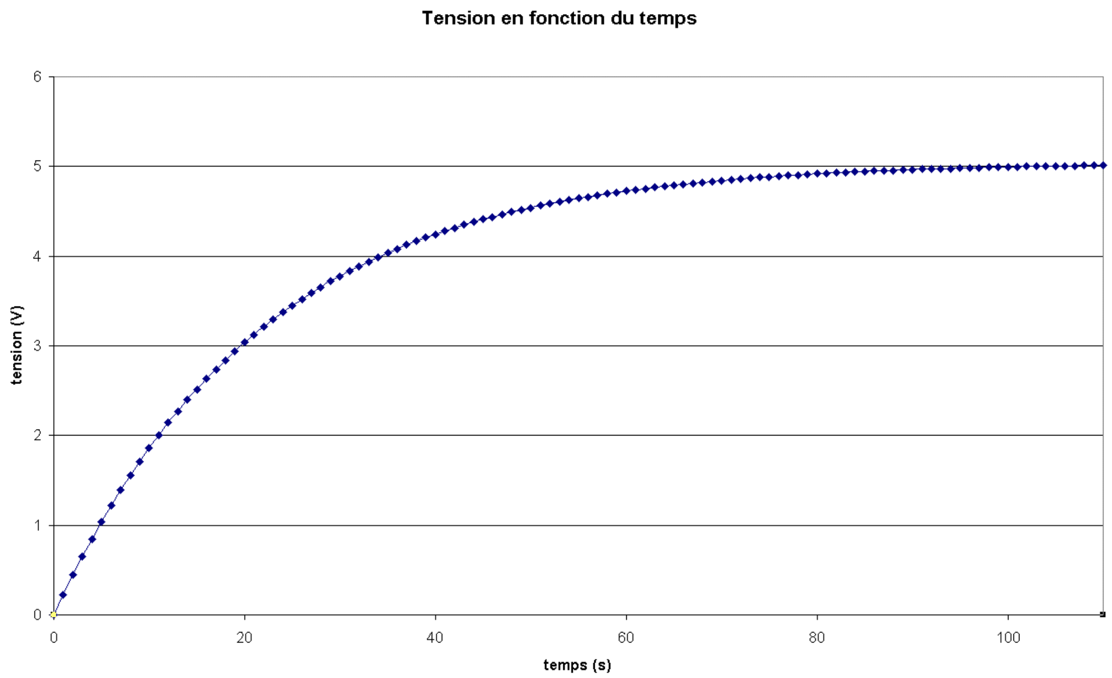
t (s)	$u_{n+1} = u_n + a_n \Delta t$ (V)	$a_n = 0{,}227 - 0{,}045 \times u_n$ (V.s^{-1})
0	0,000	0,227 – 0,045 × 0,000 = **0,227**
0,02	0,000 + 0,227 × 1,0 = **0,227**	0,227 – 0,045 × 0,227 = **0,218**
0,04	0,227 + 0,218 × 1,0 = **0,444**	0,227 – 0,045 × 0,444 = **0,207**
0,06	0,444 + 0,207 × 1,0 = **0,651**	0,227– 0,045 × 0,651 = **0,198**

Etc....

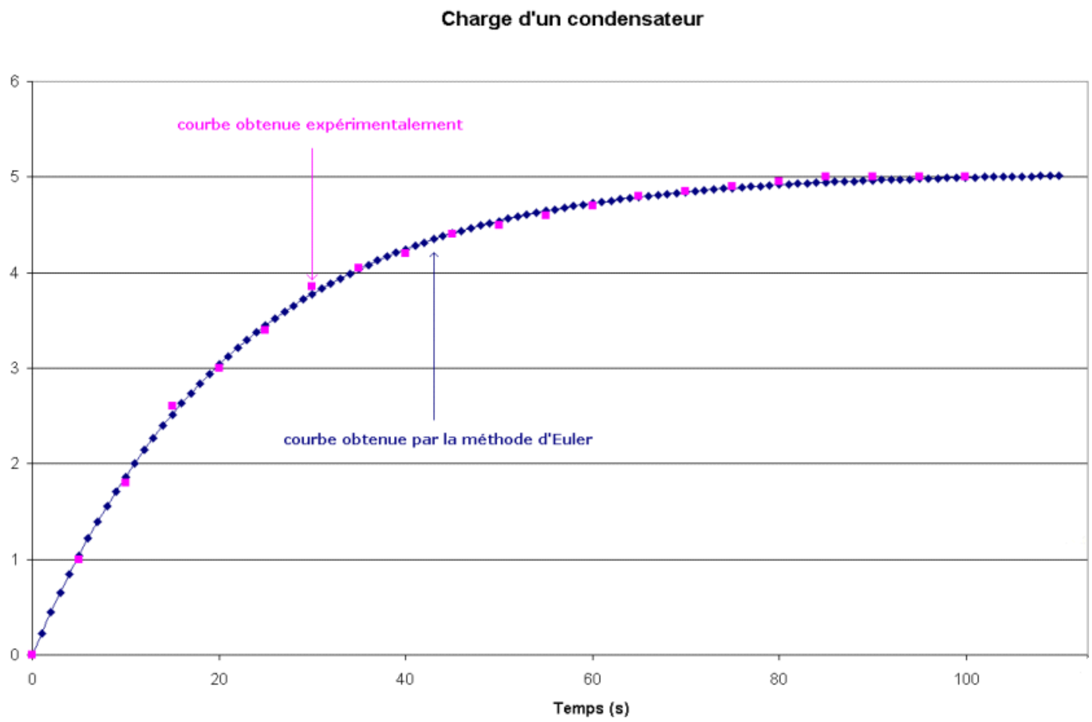
Ces calculs sont évidemment beaucoup rapides à réaliser sur un tableur.
Utilisation d'un tableur (le mode d'emploi du tableur est vu en TP)

	A	B	C
1	0	0	0,227
2	1,0	= B1 + C1*1,0	= 0,227 – 0,045*B2
3	2,0	= B2 + C2*1,0	= 0,227 – 0,045*B3
4	3,0	= B3 + C3*1,0	= 0,227 – 0,045*B4

Graphe obtenu :



Si on superpose les deux graphiques obtenus, on obtient :



Conclusion :

Les résultats expérimentaux de la charge du condensateur correspondent aux résultats obtenus par la méthode d'Euler.